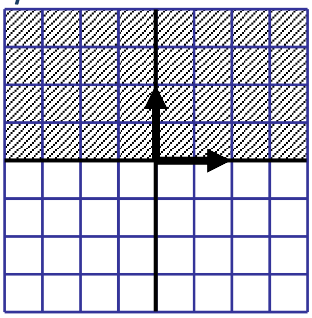
Équation d'une courbe

I- Cas général

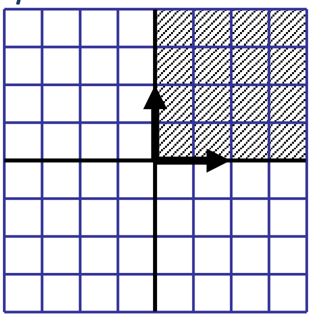
Avant le cours

Exercice 1

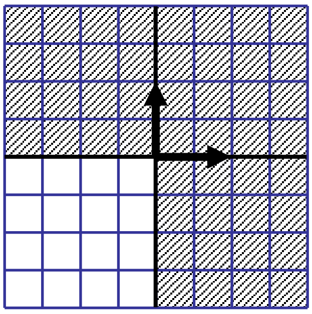
a)



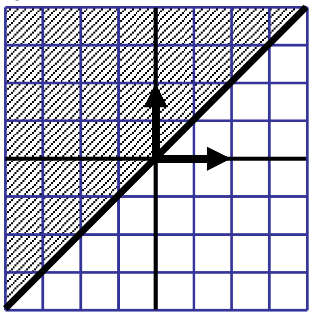
b)



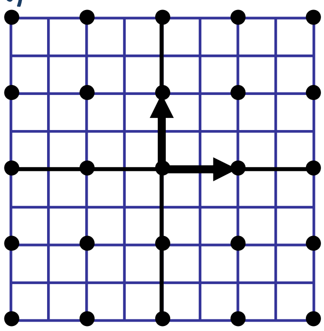
c)



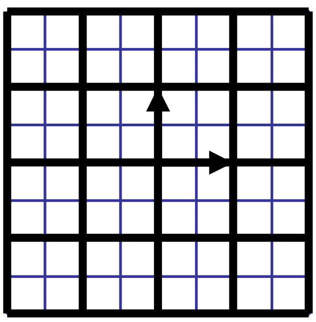
d)



e)



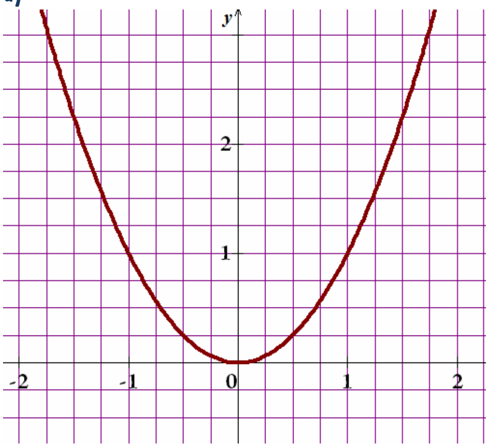
f)



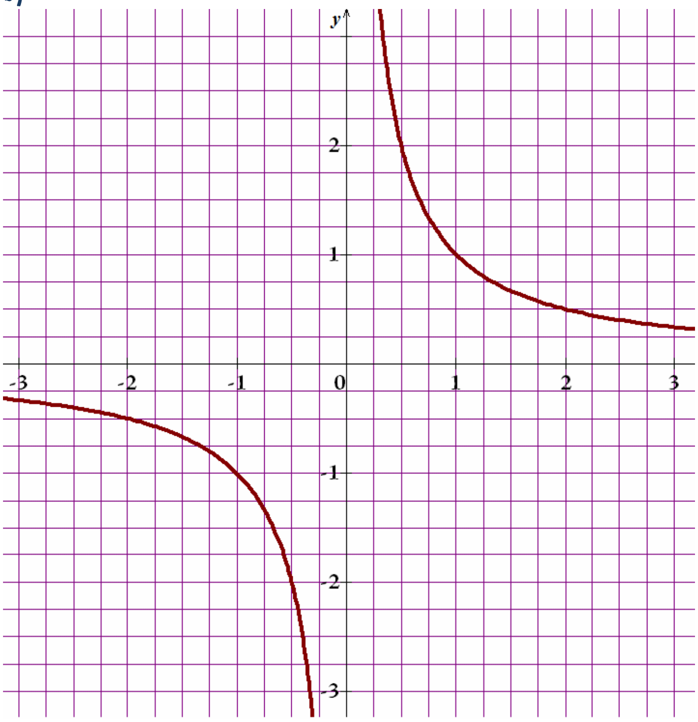
Après la définition

Exercice 2

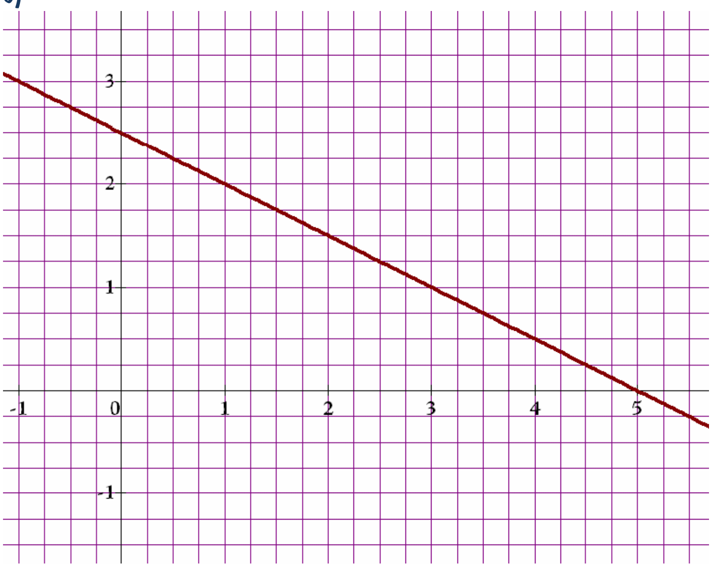
a)



b)



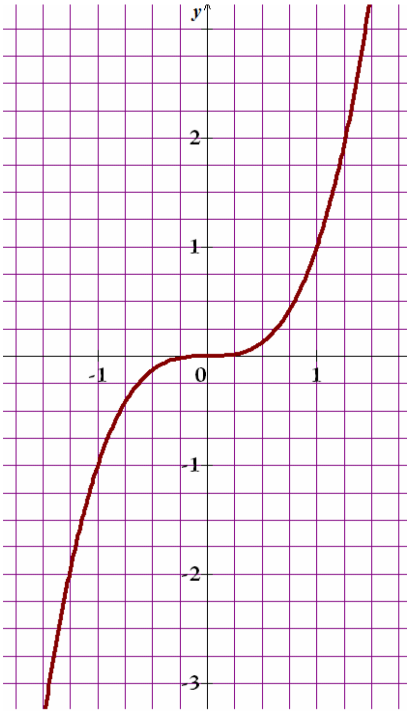
c)



Exercice 3

a) $x=0$
b) $y=0$
c) $y=x$
d) $y=-x$
e) $x=1$
f) $xy=0$
g) $y^2=x^2$

Exercice 4



Exercice 5

Oui

Exercice 6

Oui. Le point $A\left(\sqrt{2};0\right)$ appartient à la fois à $\mathscr{F}$ et à l'axe des abscisses.

Exercice 7

$\mathscr{C}: x^2+y^2=1$

II- Cas particulier des équations de droites

Avant les théorèmes

Exercice 8

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$$

Exercice 9

a) $y=\frac{1}{2}x+1$

b) $y=-\frac{5}{2}x-\frac{1}{2}$

c) $y=\frac{3}{5}x-3$

Exercice 10

$$y=\frac{8}{3}x+\frac{7}{3}$$

Après le théorème 1

Exercice 11

$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$ (Idem exercice 8)

Exercice 12

Vérifiez vos réponses par vous-même.

Exercice 13

Vérifiez votre réponse par vous-même.

Exercice 14

Les 7 premières figures sont des droites.

	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
$F_1 : y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$F_2 : y = -3x + 1$	-3	1
$F_3 : y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$
$F_4 : y = 1x + 0$	1	0
$F_5 : y = -1x + 0$	-1	0
$F_6 : y = 4x + 0$	4	0

$F_7 : x = 3$ F_7 est une droite parallèle à l'axe des ordonnées. Elle n'a ni coefficient directeur, ni ordonnée à l'origine.

F_8 n'est pas une droite (comment le prouver ?).

$F_9 = F_4 \cup F_5$ F_9 n'est pas une droite, c'est la réunion de deux droites.

Après le théorème 2

Exercice 15

a) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

b) $y = \frac{2}{3}x - 1$

Exercice 16

$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ (Idem exercice 8)

Exercice 17

Vérifiez vos réponses par vous-même.

Exercice 18

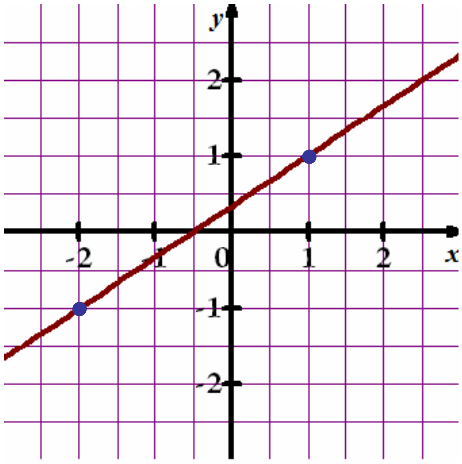
Vérifiez votre réponse par vous-même.

Exercice 19

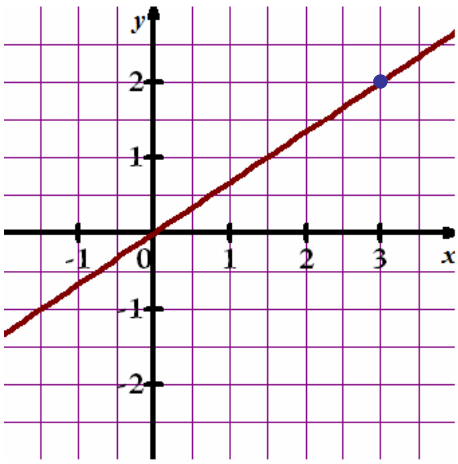
$y = \frac{3}{2}x - 2$

Exercice 20

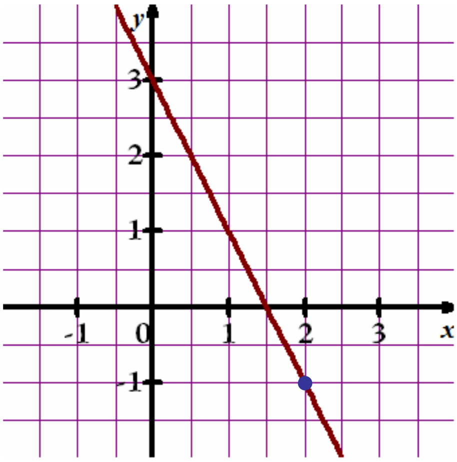
a)



b)



c)



Exercice 21

$x = 1$

Caractérisation du parallélisme

Exercice 22

$y = -\frac{2}{3}x - 2$

Exercice 23

$y = -2x + 6$

Intersections

Exercice 24

a) $y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$

b) Vous pouvez certes regarder si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires ou encore si (AB) et (AC) ont la même équation, mais si vous avez bien compris le cours, vous devriez avoir l'idée de regarder plutôt si les coordonnées de C vérifient l'équation de (AB) trouvée à la question précédente. Ce qui est le cas, donc C appartient bien à (AB).

c) 1/2

Exercice 25

$(-2;1)$ et $(1;4)$. Bien évidemment, il ne suffit pas de lire ces coordonnées graphiquement !

Exercice 26

$\left(\frac{2}{5};\frac{1}{5}\right)$

Exercice 27

$\left(-\frac{1}{5};-\frac{3}{5}\right)$

Exercice 28

a) $\left(\frac{6}{5};\frac{6}{5}\right)$

b) $(3;0)$

Exercice 29

$(1;1)$

Exercice 30

$(AC): y = \frac{7}{2}x - 3$ $(DB): y = -\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$

$\left(\frac{8}{11};-\frac{5}{11}\right)$

Exercice 31

Oui, les trois droites sont concourrantes. [Leur point de concours a pour coordonnées $(3;8)$.]

Exercice 32

Non.

Exercice 33

a) $(MC) : y = -2x + 2$
$(DB) : y = x$

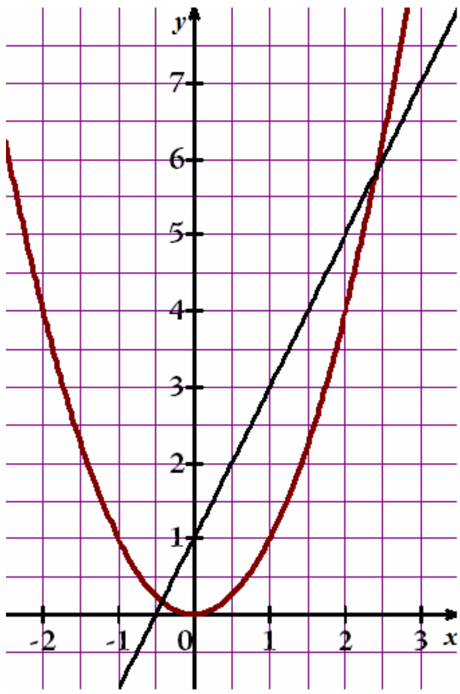
b) $I\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$

c) $\frac{1}{3}u^2$

Exercice 34

a) $\mathscr{P} : y = x^2$

b)



c) Il y a deux points d'intersection, dont les coordonnées sont :
$\left(1+\sqrt{2};3+2\sqrt{2}\right)$ et $\left(1-\sqrt{2};3-2\sqrt{2}\right)$

Exercice 35

$y = \frac{1}{2}x - 2x + \frac{5}{2}$

Approfondissements

Exercice 36

Il y a deux points d'intersection dont les coordonnées sont :
$\left(1+\sqrt{5};-2\right)$ et $\left(1-\sqrt{5};-2\right)$

Exercice 37

1) a) $y = \frac{3}{2}x + 3$

b) $(-6;-6)$

2) a) $y = \frac{k}{2}x + k$

b) $\left(\frac{2k}{2-k};\frac{2k}{2-k}\right)$

Exercice 38

a) $y = \frac{k-3}{k}x + 3$

b) $\left(\frac{3k}{3-k};0\right)$

Exercice 39

a) $y = 4x - 4$
b) $y = 6x - 9$
c) $y = 2kx - k^2$

Exercice 40

a) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{4}$

b) $\left(0;\frac{13}{4}\right)$

Exercice 41

Notons k la valeur constante à laquelle doit être égal le produit des distances à A et à B de tout point de la courbe $\mathscr{L}$. Puisque $O \in$ L, on a : $OA \times OB = k$. D'où $k = a^2$.

Soit $M(x;y)$ un point quelconque du plan.

$$AM = \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \quad \text{et} \quad BM = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$$

$M \in$ L ssi : $AM \times BM = k$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \times \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = a^2$$

$$\Leftrightarrow \left[(x+a)^2 + y^2\right] \times \left[(x-a)^2 + y^2\right] = a^4$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + y^2 + a^2 - 2ax\right) \times \left(x^2 + y^2 + a^2 + 2ax\right) = a^4$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + y^2 + a^2\right)^2 - (2ax)^2 = a^4$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + y^2\right)^2 + 2\left(x^2 + y^2\right)a^2 + a^4 - (2ax)^2 = a^4$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + y^2\right)^2 + 2a^2x^2 + 2a^2y^2 - 4a^2x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\left(x^2 + y^2\right)^2 = 2a^2\left(x^2 - y^2\right)}$$